

O izvorima i temeljima formalizacije

Srećko Kovač

Moderni standardi egzaktnosti znanja ostvarene u obliku formaliziranih teorija uvjetovali su bitne promjene i postavili nove logičko-metodološke zahtjeve u filozofiji i temeljima matematike: ne samo u smislu podizanja standarda egzaktnosti spoznaja nego i u smislu osvješćivanja povijesnih izvora kao i dubljih strukturnih temelja logike i formalizacije. Najprije ćemo pokazati u kojem se smislu bitne odrednice formalnih sustava i formalizacije mogu naći već u Aristotela, iako su standardi moderne formalizacije postavljeni tek kao rezultat promjena u logici krajem 19. i početkom 20. stoljeća. U idućem odjeljku opisujemo na koji je način egzaktnost dokazivanja uvjetovana osjetilnom zornošću i slikovnošću. Treći se odjeljak bavi strojnim obilježjem formalnih sustava na temelju Turing-Gödelove definicije formalnoga sustava kao Turingova stroja. Naposljetku, na temelju Gödelovih i Wittgensteinovih refleksija o crtavamo teleološki karakter temeljnoga pojma dokažljivosti te pokazujemo u kojem se smislu “životne forme” mogu shvatiti kao izvorište dokažljivosti.

1 Formalizacija i povijesno podrijetlo logike¹

Prema modernim standardima sigurnosti i egzaktnosti spoznaje, ne možemo biti potpuno zadovoljni nekom danom teorijom sve dok nije formalizirana, tj. prikazana u obliku formalnoga sustava. Formalizirana teorija treba precizno definirati svoj jezik (skup S rečenica) i izričito

¹ Odjeljci 1–3 prijevod su s manjim izmjenama većega dijela autorova priloga “Remarks on the origin and the foundations of formalisation”, Leiden, Boston: Brill | Rodopi, 2020., str. 163–179, © Brill, Leiden. Prijevodi su na hrvatski iz citirane literature autorovi ili modificirani.

navesti svoje aksiome; u logici je riječ o logičkim aksiomima i pravilima zaključivanja (relacija $\vdash$ izvedljivosti rečenica iz skupa rečenica), te se stoga logika može definirati kao uređen par $\langle S, \vdash \rangle$.² Takve su standarde ustanovili utemeljitelji moderne logike krajem 19. i početkom 20. stoljeća. U tom je kontekstu 1922. godine Łukasiewicz primijetio:

Nismo više zadovoljni običnim matematičkim dedukcijama, koje obično počinju negdje “u sredini”, pokazuju česte praznine i neprekidno se pozivaju na zor. ... Želimo znati aksiome na kojima je svaki sustav osnovan i pravila zaključivanja koja rabi.

Łukasiewicz 1967, 20

Osvrćući se na filozofiju svojega vremena, Łukasiewicz je još kritičniji:

Filozofija se mora rekonstruirati iz samih svojih temelja; treba se nadahnuti znanstvenom metodom i osnivati se na novoj logici.

Łukasiewicz 1967, 21

Također dodaje: “To je rad za generacije i umove mnogo snažnije od onih koji su već rođeni” (str. 21). No ti moderni standardi imaju svoje povijesne začetke još u starome vijeku. Stoga se posebno osvrćemo na rad Łukasiewicza i Bocheńskoga, koji su se podrobno i više nego velika većina drugih logičara u ranoj fazi razvoja moderne logike posvetili i povijesti logike u njezinu suodnosu sa suvremenom logikom, mijenjajući perspektivu gledanja na povijesne logičke teorije, raspolažući i potrebnim filološko-povijesnim kompetencijama. Na taj su se način mogli modernom logičkom metodologijom nadovezati na pojedina otvorena pitanja iz povijesti logike i aktualizirati ih. Łukasiewicz i Bocheński pokazali su da je Aristotel razvio deduktivni sustav “formalne logike” te postavio opću teoriju aksiomatizacije. Doduše, zaključili su da Aristotelova formalna logika nema obilježje formalizirane logičke teorije (“formalnoga sustava” u strogom smislu), opisane u rigorozno definiranom jeziku, držeći da je to postignuće stoičkih logičara.³ Međutim, istakli su

² V. npr. Tarskievo rano shvaćanje u (Tarski 1983). Usp. Béziau (2005).

³ Łukasiewicz (1957) katkad gotovo isključivo naglašuje jezični izraz logičkih oblika te nije čuo da je Aristotel uspio postaviti logički formalizam zbog njegova neispravnoga supstituiranja konkretnih pojmova u logičke oblike i sinonimne uporabe logičkih pojmova (npr. “pripada” i “pririče se”, Łukasiewicz 1957, 17–18, v. Bocheński 2002, 113). Łukasiewicz priznaje da je Aristotel razvio aksiomatski sustav silogizama (npr., Łuka-

da su Aristotelov pojam i izgradnja “formalne logike” zasnovani ponajprije na njegovoj uporabi pojmovnih slova (varijabla), što mu je omogućilo da apstrahira od pridruženoga značenja rečenica i usredotoči se isključivo na oblik (rečenice), koji je bitan za deduktivni zaključak. Kako je naglasio Bocheński, Aristotelova je formalna logika obilježena porabom varijabla i bavi se “formulama”, tj. rečenicama (uključujući zakone) u kojima su opisni pojmovi (“konstante”) zamijenjeni varijablama.⁴ Štoviše, kako nastavlja Bocheński, tu je i sljedeći “prijelomni” Aristotelov prinos logici: aksiomatizacija (“usprkos njezinoj slabosti”) silogistike “kategoričnih” iskaza (tj. oblika podmet-prirok) (Bocheński 2002, npr. str. 3–5, 74, 84–87). Prema Bocheńskom, Aristotelova opća teorija “kategoričnoga” silogizma, kako je prikazana u *Prvoj analitici*, povijesna je paradigma onoga što treba razumjeti kao formalnu logiku.

Neovisno o nedostacima u Aristotelovu prikazu i formulacijama,⁵ očito je da je njegovo zasnivanje formalne logike i opće teorije aksiomatizacije smjeralo na rigorozne norme (osobito ako imamo na umu vrijeme kada Aristotel djeluje) i da je predstavljalo znatan skok prema postizanju potpuno formalizirane logike. Iako je Aristotel tvrdio da je silogizam stvar “unutrašnjega govora” (ἔσω λόγος, *An. Post.* A10 76b 27), želio je implementirati svoju teoriju silogizma i aksiomatske teorije općenito u prikladan, umjetni jezik, ne tek rabeći pojmovna slova (“varijable”) nego također izražavajući ustroj rečenica i zaključaka na nedvosmislen način, pa i u slučaju kad taj ustroj odstupa od običnoga načina govora.⁶ Stoga je u svojim *Analitikama* jasno razlikovao logičke riječi (‘svi’, ‘ne’, ‘neki’, ‘pripada’) i izražavao logički ustroj rečenica. Običan način kazivanja “Svi B jesu A” (koji je rabio ranije, npr. u *O tumačenju*, još uvijek bez pojmovnih slova) preoblikovao je u “A pripada svakomu B” (ili, metateorijski, “A se pririče svakomu B”); analogno vrijedi i za druge rečenice takozvanoga “logičkoga kvadrata”. Često je silogizam izražavao

siewicz 1957, str. 44, 73; osobito v. Bocheński 2002, 74, 81, 84, 86), premda ne zadovoljavajući moderne “formalističke” standarde.

⁴ “[P]oraba slova umjesto konstantnih riječi rodila je formalnu logiku” (Bocheński 2002, 80–81).

⁵ V. npr. u Łukasiewicz (1957, 16–19).

⁶ Aristotelovo “strukturalno razilaženje između apstraktnih i konkretnih oblika silogizama”, koje ističe Łukasiewicz, (1957, 17), može se smatrati upravo potvrdom umjetnoga Aristotelova idioma kako bi se egzaktno izrazili logički oblici.

u obliku pogodbene rečenice. Tim je sredstvima Aristotel mogao strogo izraziti nužan “slijed” zaglavka iz njegovih premisa (*An. Pr.* A1 24b 18–21), osobito prijelaznost priricanja: Ako se A pririče svakomu B, a B svakomu C, onda se A pririče svakomu C. To je Aristotelu omogućilo da učini izričitim sve implicitne pretpostavke (npr. obrat u drugoj i trećoj figuri silogizma) kako bi se zaključivanje svelo na “savršene” silogizme, u kojima nema takvih implicitnih pretpostavaka (v. npr. *An. Pr.* A4 26b 28–30, A5 27a 15–18). Sama temeljna načela silogizma (načela protuslovlja i isključenoga srednjega), neovisno o “radnoj” formalnoj logici (teorija silogizma), Aristotelova su tema u *Metafizici* (Aristotel 1973), posebice u knjizi Γ. Aristotel stoga nije bio daleko od strogoga definiranja umjetnoga, formalističkoga jezika, što bi zajedno s logičkim aksiomima i pravilima pružilo formalni sustav logike (ili neke druge, posebne teorije).⁷ Usprkos Aristotelovoj uporabi izraza naravnoga jezika zajedno s pojmovnim slovima i umjetnim frazama, Aristotelov je pristup sukladan zahtjevima formalnoga sustava kako ih je formulirao Frege: (a) formalni jezik (“pojmomopis”, *Begriffsschrift*) treba izraziti samo ono što je bitno za zaključivanje, isključujući svaku prešutnu konotaciju koja se može izvesti iz konteksta naravnoga jezika i diskursa (“pojmomopis” sadrži samo posebne, umjetne simbole, ne “riječi” naravnoga jezika); (b) zaključivanje treba biti opisano bez praznina (*lückenlos*), s izričitim svim nužnim aksiomima, pravilima zaključivanja i definicijama (Frege 1988, x, 3; Frege 1998, v–vii).

2 Formalizam između osjetilne zamjedbe i pojmova

Formalni sustav (formalizam) kako ga Frege shvaća, bitno je usmjeren na apstraktna, neosjetilna bitstva kao što su misli, pojmovi, sudovi i zaključci (usp. Fregeove “čiste misli” ili “čiste pojmove”). Međutim formalni se sustav definira tek “preslikavanjem” tih apstraktnih bitstava na osjetilno zamjetljive, pisane znakove (“formalni jezik”, “pojmomopis”). Prema Fregeu se dokazi formalnoga sustava prikazuju našem “oku”

⁷ Intenzionalna semantika Aristotelova silogističkoga sustava predložena je u (Kovač 2013).

kao niz formula (Frege 1998, v).⁸ To upućuje na to da temelji formalnoga sustava uključuju uvjet osjetilne danosti, koja je pak nešto s onu stranu logike ako se predmet logike doslovno razumije kao razumska radnja formalnoga zaključivanja.⁹

Valja primijetiti da zapisi sami po sebi, samo kao predmeti osjetilnoga iskustva, ne otkrivaju nužno ništa o onom što zapisuju. Samo ako unaprijed znamo da je dani zapis udružen s određenim izrazom, napose s određenim pojavkom izraza (npr. s prvim pojavkom 'A' u 'A v non-A'), možemo čitati i gramatički ili dokaznoteorijski provjeriti, na primjer, dane zapise nekoga dokaza. Štoviše, logički razumijemo izraz kao što je 'A v $\neg$ A' samo ako razumijemo da je to tek jedan način (uz ' p v $\neg p$ ', ' $ApNp$ ' itd.) na koji možemo izabrati formalni jezik kako bismo izrazili neki logički zakon kojemu će taj izraz biti strukturno sličan. Stoga, premda egzaktnost, strogoća i (gramatička i dokazna) provjerljivost u formalizmu potječu, s jedne strane, od osjetilne evidencije zapisanih izraza, one, s druge strane, pretpostavljaju neko apstraktno i "idealno" ili "pojmovno" predrzumijevanje *tipova* izraza i samih izraženih "forma" (usp. na primjer Fregeove ili Gödelove "pojmove" i "misli", kao i Aristotelov $\epsilon\sigma\omega$ λόγος).

Vezano uz "pojmovnu" sastavnicu razumijevanja formaliziranih zapisa postavlja se i pitanje dizajna i izbora formalnoga sustava (njegovih

⁸ Vizualna dostupnost pisanoga jezika preduvjet je "strogoće dokazivanja" (Strenger der Beweisführung) i "oštrine razlikovanja" (Frege 1998, vi; Frege 1988, xi). V. ovdje Kantovu refleksiju u bilješci 11.

⁹ Osjetilna zorna danost izrazâ u dokazu zapisanom u formalnom jeziku osobito je istaknuta u Hilberta, neovisno o svim razlikama prema Fregeovu filozofskom stajalištu: "Ako logički zaključak treba biti pouzdan, mora biti moguće potpuno pregledati te predmete u svim njihovim dijelovima, a činjenica da se oni [= ti predmeti] pojavljuju, da se međusobno razlikuju i da slijede jedan za drugim ili su ulančani, izravno je *zorno* dana, zajedno s predmetima, kao nešto što se ne može svesti na nešto drugo niti zahtijeva svodenje" (Hilbert 1967, 376, naš kurziv). Kant tu igra znatnu filozofsku ulogu: "[U] suglasnosti smo s filozofima, osobito s Kantom. Već je Kant naučavao ... da matematika ima na raspolaganju sadržaj neovisno o svoj logici i stoga se ne može priskrbiti samo utemeljenjem pomoću logike. ... [N]ešto već mora biti dano našoj moći predočavanja, određeni izvanlogički konkretni predmeti koji su zorno nazočni kao neposredno iskustvo prije svake misli" (Hilbert 1967, 376). Hilbertova je razmatranja o Kantovoj ulozi dalje produbio Gödel na osnovi svojih poučaka o nepotpunosti (v. zadnja dva odlomka u 1995b).

aksioma, definicija i pravila). Kad je riječ o formalizaciji empirijskoga znanja, jasno je da dizajn sustava treba uzeti u obzir empirijske rezultate i osnivati se na njima. S druge strane, može se postaviti pitanje kriterija našega izbora logičkih načela koja se ugrađuju u formalni sustav i prihvaćaju se bez formalnoga dokazivanja. Neovisno o tom kako bi se moglo odgovoriti na to pitanje, odluku treba očito donijeti barem djelomice na temelju pojmovnih razmatranja i samoevidentnosti (za logičkoga činitelja) s onu stranu dokaznih postupaka. Jedan se primjer, za ilustraciju, može naći u Łukasiewiczu istraživanju zakona o isključenom srednjem i zakona dvovrijednosti u kontekstu Aristotelove diskusije u *De interpretatione* (v. Aristotel 1974). Kako Łukasiewicz ističe, u temeljima logike treba se osloniti na osobnu “samoevidenciju”:

Kako ono [načelo dvovrijednosti] leži u samim temeljima logike, to načelo, o kojem se raspravlja, ne može se dokazati. Netko samo može vjerovati u nj, i samo onaj koji ga drži *samoevidentnim*, vjeruje u nj. Meni se, *osobno*, načelo dvovrijednosti ne čini samoevidentnim. Prema tome, ovlašten sam ne priznati ga te prihvatiti pogled da uz istinu i neistinu opstoje i druge istinitosne vrijednosti, uključujući barem još jednu, treću istinitosnu vrijednost.

Łukasiewicz 1967, 36–37, naš kurziv¹⁰

Dok s jedne strane osjetilna danost znakova olakšava egzaktnost, s druge strane, ako se uzme doslovno, tj. bez dostatna apstraktna razmatranja znakova, ona vodi antinomijama u koje su upletena ne tek prividna, nezbiljska “bitstva” (kao Aristotelov “jarac-jelen”), nego i logički, sebe-nijećući “podmeti” i rečenice (usp. “ova rečenica” u formulaciji Lažljivca i Curryeva paradoksa).

¹⁰ V. u njegovu ranijem tekstu: “Ipak, u svem zaključivanju ima neko inherentno formalno kreativno zaključivanje: logičko načelo zaključivanja. ... Logika je znanost a priori. Njezini su poučci istiniti snagom definicija i aksioma izvedenih iz uma, a ne iz iskustva. Ta je znanost sfera čiste mentalne činitbe” (Łukasiewicz 1970a, 11). I poslije, u 1930-ima: “Bavimo se tim značenjem, mišlju i idejama izraženim znakovima čak i kad ne znamo što su ta značenja, a ne znakovima kao takvim” (Łukasiewicz 1970b, 241). Ipak, Łukasiewicz je snažno naglašivao jezične izraze logičkih zakona (“nominalistička maska” logike, Łukasiewicz 1970c, 222), a katkad se radikalno odrekao “mišljenja” kao predmeta logike: “Nije, međutim, istina da je logika znanost mišljenja. Nije predmet logike istraživati kako zbilja mislimo ili kako bismo trebali misliti. Prva zadaća pripada psihologiji, a druga nekomu praktičnomu umijeću sličnomu mnemonici” (Łukasiewicz 1957, 12, usp. i Łukasiewicz 1970c).

3 Stroj kao simbol formalizma

Prethodno spomenuta tarskievska opća definicija formalnoga sustava uzima pojmove rečenice i izvedljivosti (“posljedica” ranoga Tarskoga) kao primitivne i aksiomatski ih opisuje u pojmovima teorije skupova, tj. ona definira formalni sustav pomoću posebno izgrađenoga meta-teorijskoga aksiomatskoga sustava, koji pak ima vlastite predformalne pretpostavke (v. Tarski 1983). Pojam se formalnoga sustava može precizirati u njegovu “apstraktnom” (“apsolutnom”) smislu neovisno o bilo kojem formalizmu (tj. neovisno o danom formalnom sustavu), i ujedno potpuno egzaktno i strogo. Kako je poznato, prema Gödelu, koji slijedi Turinga (1965), opći pojam formalnoga sustava neovisan je o nekom posebnom formalizmu (ali nije neformalan, v. Crocco 2019) i dan je pomoću jasne i precizne zamjedbe pojma mehaničkoga postupka, definiranoga Turingovim strojem koji ispisuje sve poučke formalnoga sustava (Gödel 1995a, 308): “formalni sustav jest mehanički postupak za proizvodnju formula”. Prema Gödelu, “bit” je formalnoga sustava “da je zaključivanje potpuno zamijenjeno mehaničkim radnjama na formulama” (1986b, 195; 1986d, 370), tj. istovrijedno Turingovu stroju (“mehaničkoj proceduri”, “algoritmu”), kako je spomenuto, za ispisivanje poučaka toga sustava (Gödel 1995a, 308, v. Crocco 2019, usp. Kennedy 2014).¹¹

U definiciji formalnoga sustava pomoću Turingova stroja pojam je formalnoga sustava sveden na mehaničke (i stoga uzročne) pojmove i objektiviran.¹² Takva definicija ne bi trebala biti iznenađujuća. Tvrdimo da je mehanička (ili barem općenito uzročna) perspektiva bila u bit-

¹¹ Kantova “tvornica silogizama” svojevrsna je anticipacija pojma formalnoga sustava kao stroja: “O tvornici umskih zaključaka [= silogizama]. Svaki se put traži da um naposljetku učinimo tehničkim kako bismo se, podvrgavajući um obradi osjetila, osigurali od pogriješaka” (“Von der fabric der Vernunftschlüsse. Man sucht jederzeit die Vernunft zuletzt technisch zu machen, damit, indem man sie der Behandlung der Sinne unterwirft, man wegen der Fehler gewiß sey”, Kant 1924, 742, refl. 3256). Kant je ocrtao, za svoje standarde, dokažljivo potpun “sustav” formalne logike (proširujući aristotelovsku logiku hipotetičnim i disjunktivnim oblikom iskaza) na kojem se ta “tvornica” treba osnivati (usp. na primjer Kant 1911, B viii–ix, 94–101, 131–142, 359–361; Kant 1924).

¹² Objektivnost inherentne “mehaničke” misli logičkoga formalizma istaknuo je J. Salamucha (2003). On drži da je “logičko ‘mehaniziranje’”, kultivirajući jasnoću, preciznost i objektivnost, bitno za razvoj “zdrave individualnosti” (str. 68).

nome uključena u izgradnji i definiranju središnjih logičkih pojmova (ne tek u smislu pomoćnih tehnika i sredstava za izvođenje zaključaka) od početaka povijesti logike. Može se pokazati npr. da je Aristotelovo razumijevanje silogizma u osnovi ovisno o formalno shvaćenim uzročnim pojmovima (npr. premise kao uzroci silogizma, Aristotel, *An. Pr.* A1 24b 18–22, *Met.* Δ2, 1013b 20–21). “Savršen” silogistički zaključak (silogizam), u skladu s Aristotelovim pristupom, nije drugo nego (mehanički) “izračun” (συλλογίζειν) iz pojmova silogizma prema kakvoći veće (opće) premise i kolikoći manje (potvrdne) premise na osnovi prijelaznosti priricanja.¹³ “Nužnost” se u Aristotelovoj definiciji silogizma može shvatiti kao mehaničko (automatsko) uzrokovanje zaglavka iz premisa kao njegovih “uzroka”. Iako se zaglavak može razumjeti kao svrha (τέλος) silogizma, prema obziru na koju se silogizam uopće postavlja i biraju premise, kad su premise jednom već postavljene zaglavak slijedi (συμβάινει) zahvaljujući samo njima, bez ikakva dodatna, vanjskoga uzroka (“time što premise jesu”, διὰ τὸ ταῦτα εἶναι; *An. Pr.* A1 24b 18–20).

Dodatno, nerefleksivnost, nemonotonost i prijelaznost silogističkoga zaključivanja kao i nevaljanost slijeda P iz ne-P (v. Kovač 2013) također su u suglasju sa shvaćanjem silogizma barem formalno po uzoru na uzročnost. Ukratko, nerefleksivnost isključuje samouzrokovanje, a nemonotonost uvrštavanje uzročno irelevantnih sastavnica u uzrok. Argumenti koji se u literaturi mogu naći protiv prijelaznosti uzrokovanja obično se služe eliptičnim ili višeznačnim pojmom uzroka. Također, nije razumljivo kako bi izostanak nekoga stanja mogao biti uzrokom toga stanja (podrobnije o navedenim karakteristikama zaključivanja i uzročnosti u Kovač 2013).

Ono što na poseban način pridonosi mehanističkoj “slici” Aristotelove silogistike jest uloga ekteze (“ekspozicije”), koja se pretpostavlja u temeljnom sloju te silogistike. Kako je primijetio Hintikka (1967),¹⁴ Aristotelova je ekteza slična Euklidovoj ektezi s priključenom konstrukcijom (κατασκευή, “priprava”, “mašinerija”). Pomoću Aristotelove ekteze

¹³ O posebnoj, “aritmetičkoj interpretaciji silogistike” u Leibniza, usp. u Łukasiewiczu (1957, 126–129).

¹⁴ V. Hintikkinu diskusiju o ektezi u povezanosti s euklidovskom konstrukcijom kao pripremom za dokaz.

konstrukcija se oprimjerujućega pojma X inicira kao svojevrsno umjetno, mehaničko sredstvo koje oprimjeruje pojmove kako su zadani premisama te potom “automatski” pokazuje pripada li X-u neko svojstvo P (iz veće premise) o kojem se pita.¹⁵ Pod pretpostavkom da je ektetički pojam “niži” od svih pojmova razmatranoga silogizma, taj se pojam može razumjeti kao singularan, kako bi se predočio neki pojedinačan predmet. Čini se da u mogućem svođenju silogistike na njezine temelje – načela neprotuslovlja i isključenoga srednjega (*Met.* Γ, in Aristotel 1973) – ekteza treba imati ključnu ulogu (usp. ektetički stil Aristotelove definicije općega iskaza u *An. Pr.* A1 24b 28–30), bez obzira na činjenicu da u svojoj “radnoj logici” Aristotel rabi ektezu samo prigodice, kao na primjer u dokazivanju obrata ili trećega lika silogizma (Kovač 2013).¹⁶

Turingov stroj kao i konstruirani ektetični pojmovi imaju vrlo općenit, simbolični karakter. Kako bi se bolje razumjela njihova bit upućujemo na neke posebno zanimljive Wittgensteinove refleksije o strojevima.

Stroj ili sliku stroja rabimo kao simbol određenoga načina djelovanja. Primjerice, dajemo nekomu tu sliku i pretpostavljamo da on iz nje izvodi pojave gibanja dijelova.

PU §193

Mogli bismo reći da je stroj ili njegova slika početak niza slika koje smo naučili izvoditi iz nje.¹⁷

PU §193

U skladu s Wittgensteinom stroj se (ili slika stroja) može uporabiti kao simbol za određen način rada (uzrokovanje) ili gibanja (radnja), u razlici prema stvarnom stroju, koji dodatno uključuje prigodna svojstva kao što je izobličenje dijelova stroja. U slučaju stroja kao simbola, stroj ima svoj određeni način rada, svoje moguće pokrete “u sebi” (isključujući

¹⁵ O Aristotelovoj ektezi v. npr. Żarnecka-Biały (1993).

¹⁶ Sljedeća je aristotelovska uzročna analiza silogizma predložena u (Kovač 2013): premise kao tvarni uzrok (*Met.* Δ2, 1013b 20–21), lik silogizma (položaj srednjega pojma) kao njegov formalni uzrok, ekteza kao pokretački uzrok i zaglavak kao svršni uzrok.

¹⁷ “Wir gebrauchen eine Maschine, oder das Bild einer Maschine, als Symbol für eine bestimmte Wirkungsweise. Wir teilen z.B. Einem dieses Bild mit und setzen voraus, daß er die Erscheinungen der Bewegung der Teile aus ihm ableitet” (PU §193). “Wir könnten sagen, die Maschine, oder ihr Bild, sei der Anfang einer Reihe von Bildern, die wir aus diesem Bild abzuleiten gelernt haben” (PU §193).

njegovo dodatno ponašanje kao danoga zbiljskoga stroja). Wittgenstein sugerira da simboličan stroj (njegova slika), sadržeći moguće pokrete, ne tek odslikava te moguće pokrete nego, kao simbol, ima neki bliži, neempirijski odnos prema njima¹⁸ (u TLP, mogućnost bi gibanja, i stoga samoga stroja, doista bila razumljena kao slika gibanja). Wittgensteinov simboličan stroj dijeli svoju apstraktnost s Turingovim strojem.

Turingov stroj (ili njegova slika koja predočava glavu koja čita i piše, vrpцу, uz dodatak tokovnika stroja) možemo u posebnom slučaju shvatiti kao simbol specifične dokažljivosti (mogući koraci u dokazima) odgovarajućega formalnoga sustava (ne tek kao spravu, makar i idealnu, koja obavlja zadani posao). U tom slučaju Turingov stroj simbolizira taj formalni sustav, sadržavajući “u sebi” sve “pokrete” dokažljivosti u sustavu. Strojevi i slike strojeva sami kao takvi čine univerzalan jezik, neovisan o danim formalizmima, ali ništa manje potpuno egzaktni i strog, posjedujući očitu rigoroznost formalizma.¹⁹ Primijetimo da se u Wittgensteinovu smislu Aristotelov ektetički pojam X može razumjeti kao simbol međuodnosa pojmova kako su postavljeni premisama silogizma, gdje apstrahiramo od svih drugih “stvarnih” svojstava koja bi bilo koji predmet mišljen pod X mogao posjedovati, tj. sam pojam X možemo razumjeti kao simbol određenoga silogizma (zajedno s obratima i drugim silogizmima koje bi on mogao logički uključivati).

¹⁸ Usp. “[D]akle mogućnost gibanja stoji u jedinstvenu odnosu prema samom gibanju; užem nego što je onaj slike prema njezinu predmetu”; jer se može dvojiti o tom je li slika slika ovoga ili onoga predmeta. ... [A]li ne kažemo ‘Iskustvo će poučiti je li to mogućnost toga gibanja...’ (PU §194).

¹⁹ Wittgensteinovo se filozofsko zanimanje za strojeve može prirodno povezati s njegovim studijem aeronautike i posebice s djelima koja je posjedovao u svojoj privatnoj knjižnici uključujući djela Leonarda da Vincija (*Les manuscrits de Léonard de Vinci*, sv. 1–6, Paris, 1881–1891) i “knjige strojeva” (*theatra machinarum*) kao što su djela Fausta Vrančića (*Machinae novae*, Venetiis, 1615/16, v. Vrančić 1993), Georga Andreasa Böcklera (*Theatrum machinarum novum*, Nürnberg, 1661) i šest djela Jacoba Leupolda (npr. *Theatrum machinarum hydraulicarum: Schau-Platz der Wasser-Künste*, 1, 1724; *Theatrum machinarium: Schau-Platz der Heb-Zeuge*, 1725.) Usp. Spadoni (1985, 25–45), Hide (2004) i <http://digitalcollections.mcmaster.ca/russell-lib/media/machinae-novae-fausti-verantii-siceni>. Navedene su knjige mogle pridonijeti Wittgensteinovoj inspiraciji za njegovu ranu “filozofiju slike” (znak i stroj kao slike), kao i za njegovu kasniju filozofiju jezičnih igara. Wittgenstein vjerojatno nije znao da je Vrančić bio i pisac male logike (Vrančić 2018), koja u svojem drugom izdanju sadrži argumentaciju protiv mogućnosti metafizike kao zasebne discipline uz logiku, fiziku i teologiju, te etiku.

4. Apstraktni pojam dokaŹljivosti i “Źivotne forme”

Wittgensteinovo shvaćanje stroja kao simbola moŹe pridonijeti razumijevanju “apstraktnih” logiĉkih pojmova kao Źto su “dokaŹljivost” (“demonstrabilnost”) i “definirljivost” (Gödel 1990a), u smislu u kojem su ti pojmovi pretpostavka svakoga pojedinoga logiĉkoga formalizma. Razumijevanje je tih pojmova, koji trebaju obuhvatiti dinamiku nadogradnje i izgradnje novih i novih formalnih sustava, zadaća koju je Gödel (uz neke nacрте i napomene) ostavio otvorenom. Iako Wittgensteinov pristup, usredotoĉen na jezik i njegovu porabu, nije srodan Gödelovu pojmovnomu i matematiĉkomu realizmu i kauzalizmu (Kovaĉ 2020), drŹimo da on ipak moŹe pripomoći u pristupu apstraktnim logiĉkim pojmovima i njihovu razumijevanju, bez obzira na spomenuta razliĉita filozofijsko-metodologijska stajališta.

Sam je Gödel već u svojoj disertaciji o potpunosti logike prvoga reda imao na umu, iako kao upitan, pojam dokaŹljivosti “bilo kojim uopće izmišljivim pomoćnim sredstvima” (*alle überhaupt erdenkliche Hilfsmittel*, Gödel 1986a, str. 62–64), tj. ono Źto će poslije nazvati “apsolutnim” pojmom dokaŹljivosti, nesvedljivim na dokaŹljivost unutar jednoga odreĊenoga formalnoga sustava. Iz perspektivne toga “apsolutnoga” pojma dokaŹljivosti, potpunost dokaznoga sustava s obzirom na modele nije neoĉekivana (Gödel 1990a, usp. Gödel 1986a). Gödel naznaĉuje da bi takav pojam dokaŹljivosti trebala karakterizirati shematska sliĉnost korak po korak nadograĊenih aksioma s postojećim aksiomima na koje se nadograĊuju, a otkrivanje novih i novih primitivnih pojmova usporedio je s konstrukcijom rednih brojeva (Gödel 1990a). S druge je strane Gödel (1986c) uoĉio da standardna shematizacija pojma nuŹnosti (modalni djelatelj $\Box$), ako se primijeni na dokaŹljivost (kao djelatelj B), vodi pojmu dokaŹljivosti koji izlazi iz okvira formalnih sustava koji mogu formalizirati aritmetiku. Primijetio je da se isto dogaĊa i kad se djelatelj nuŹnosti = dokaŹljivosti zamijeni konkretnim opravdanjima ali se saĉuva *de dicto* pokoliĉavanje na njima (kao npr. u reĉenicama oblika “svako je opravdanje t takvo da ... t ...”) (usp. Kovaĉ 2019).²⁰ Naposljetku, Gödel je doŹao (1990b) do dinamiĉnoga pojma razvoja Turingovih

²⁰ Artemov je pokazao kako se logika opravdanja moŹe definirati za pojam aritmetiĉke dokaŹljivosti (v. Artemov 2001).

strojeva i formalnih sustava, koji otvara perspektivu stalnoga povećanja broja “mentalnih” stanja (strojnih i ljudskih) s mogućnošću sve veće preciznosti te novih i novih pojmovnih razlikovanja. Postavlja se pitanje gdje je temelj, “uvjet mogućnosti”, takva dinamična pojma dokazljivosti, koji bi ujedno osiguravao i potpunost, “apsolutnu” cjelinu dokazljivosti i istine, tj. formalnih sustava u njihovu razvoju i stvarnoga svijeta?

U Wittgensteinovoj perspektivi, takav temelj, koji treba osiguravati i cjelovitost, treba tražiti u “oblicima života”. Iako time Wittgenstein nije ponudio neko razrađeno tehničko sredstvo razvoja dokazne evidencije i novih pojmova, upozorio je na horizont i način gledanja koji može pomoći u razumijevanju i opisivanju pretpostavljene “tehnike”.²¹ S Wittgensteinova motrišta Gödelovi bi se dinamični pojmovi demonstrabilnosti i definirljivosti trebali sastojati u načinu kako rabimo jezik i u “obiteljskoj sličnosti” predložaka mišljenja (zaključivanja, izgradnje pojmova) koji pripadaju raznim “oblicima života”. “Svaki se znak *sam* čini mrtvim... On živi u porabi” (PU §432). Na primjer, “Strjelica pokazuje samo u primjeni koju živo stvorenje njom ostvaruje” (PU §454). Slično i “sustav” i “sigurnost” nisu drugo nego oblici života.²² U tom su smislu život i jezične igre temeljno izvorište uzoraka i paradigma, kao i (naposljetku “nemehaničkoga”) prepoznavanja i razvoja novih i novih aksioma i načina dokazivanja, kao i novih i novih pojmova. Dokaz, kako napominje Wittgenstein, postavlja nove paradigme, tvori nove veze, mijenja i stvara pojmove, mijenja gramatiku (BGM str. 161, 166, 172, usp. str. 139, 178, 248, 297) na osnovi uzoraka koji su već tu. Apstraktni pojmovi vode prema “obitelji tvorba”, umjesto prema “formalnom jedinstvu” (PU §108). Tautologije, dokazi i pojmovi utemeljeni su naposljetku u jezičnim i predjezičnim predlošcima i “oblicima života”, iz kojih po-

²¹ Ono što za Gödela nije obećavajuće u Wittgensteinovu pristupu jest orijentacija na jezik, o kojem, kako Gödel drži, “nemamo nikakve primitivne intuicije”. “Smiješno je [očekivati] da bismo trebali imati ikakve primitivne intuicije o jeziku, koji je tek udruživanje simbola s pojmovima i drugim bitstvima” (Wang 1996, str. 180 5.5.7–8). No s druge strane, Gödelov je stav da je “svakodnevno znanje, kad se analizira u sastavnice, relevantnije [nego znanost] u davanju podataka za filozofiju. Sama znanost ne će dati filozofiju; ona je neobvezujuća prema obziru na ono što stvarno [jest]” (Wang 1996, str. 297 9.2.3). Kako je poznato, svakodnevna praksa, običaji i jezik dobivaju središnju ulogu u Wittgensteinovoj filozofiji nakon TLP.

²² “Sustav nije toliko polazište koliko životni element argumenata” (UG 105); usp. sigurnost “kao (neki) oblik života” (UG 358).

tječu sve jezične igre i logički predlošci (Moyal-Sharrock 2015). Umjesto težnje prema “kristalnoj čistoći” logika se treba referirati na “naše prave potrebe kao čvrstu točku” (PU §108) i utemeljiti se u “uzorcima na vrpici [= sponi, njem. *Band*] života” (PP xi §362) (kao što se analogno svaki pojedini formalni sustav očituje u uzorcima zapisa na vrpici Turingova stroja koji ispisuje poučke toga sustava). Prauzori i zakoni mišljenja, koje opisuje logika, jesu institucija, običaj (*Denkgewohnheit*, usp. BGM str. 89, I–131) i kao takvi su oblik života. Premda Wittgenstein nije studirao Aristotela, takve refleksije, ostavljajući po strani Wittgensteinove razlike prema Aristotelu, možemo shvatiti i kao daleku reminiscenciju na “mišljenje mišljenja”, koje je prema Aristotelu (*Met.* Λ7, Aristotel 1973) život i izvor svega gibanja.

Referencije

- Aristotel (1964). *Analytica Priora et Posteriora*. Ur. D. Ross i L. Minio-Paluello. Oxford: Oxford University Press. – Hrvatski: Aristotel, *Druga Analitika*, prijevod i komentar F. Grgić. Zagreb: Matica hrvatska, 2020.
- Aristotel (1973). *Metaphysica*. Ur. W. Jaeger. Oxford: Oxford University Press. – Hrvatski: Aristotel, *Metafizika*, prijevod i komentar T. Ladan, Zagreb: SN Liber, 1985.
- Aristotel (1974). *Categoriae et Liber de Interpretatione*. Ur. L. Minio-Paluello. Oxford: Oxford University Press. – Hrvatski: Aristotel, *Kategorije*, prijevod i komentar F. Grgić, Zagreb: Hrvatska sveučilišna naklada, 1992; Aristotel, *O tumačenju*, prijevod i komentar J. Talanga, Zagreb: Latina et Graeca, 1989.
- Artemov, S. (2001). “Explicit provability and constructive semantics”. *Bulletin of Symbolic Logic* 7, 136.
- Béziau, J.-Y. (2005). “From Consequence Operator to Universal Logic”. U: *Logica Universalis*, ur. J.-Y. Béziau, Basel: Birkhäuser, 3–17.
- Bocheński, I.M. (2002). *Formale Logik*. Freiburg, München: Alber.
- Crocco, G. (2019). “Informal and Absolute Proofs: Some Remarks from a Gödelian Perspective”. *Topoi* 38, 561–575 (online 11. studenoga 2017).
- Frege, G. (1988). *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. 2. izdanje. Hildesheim etc.: Olms.
- Frege, G. (1998). *Grundgesetze der Arithmetik*. Hildesheim etc.: Olms.
- Gödel K. (1986–2003). *Collected Works*. Ur. S. Feferman et al. Oxford: Oxford University Press.

- Gödel, K. (1986a). "Über die Vollständigkeit des Logikkalküls" (1929). U: Gödel 1986–2003, sv. 1, 60–101.
- Gödel, K. (1986b). "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I" (1931). U: Gödel 1986–2003, sv. 1, 144–195. – Hrvatski u: E. Nagel i J. R. Newman, *Gödelov dokaz*, prev. V. Kirin, Zagreb: Kruzak, 2001.
- Gödel, K. (1986c). "Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls" (1933). U: Gödel 1986–2003, sv. 1, 300–303.
- Gödel, K. (1986d). "On Undecidable Propositions of Formal Mathematical Systems" (1934). U: Gödel 1986–2003, sv. 1, 346–371. (Postscriptum 1964.).
- Gödel, K. (1990a). "Remarks before the Princeton Bicentennial Conference on Problems in Mathematics" (1946). U: Gödel 1986–2003, sv. 2, 150–153.
- Gödel, K. (1990b). "Some Remarks on the Undecidability Results" (1972). U: Gödel 1986–2003, sv. 2, 305–306.
- Gödel, K. (1995a). "Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their Implications". U: Gödel 1986–2003, sv. 3, 304–323.
- Gödel, K. (1995b). "The Modern Development of the Foundations of Mathematics in the Light of Philosophy". U: Gödel 2003, sv. 3, 374–387.
- Hide, Ø. (2004). "Wittgenstein's Books at the Bertrand Russell Archives and the Influence of Scientific Literature on Wittgenstein's Early Philosophy". *Philosophical Investigations* 27: 68–91.
- Hilbert, D. (1967). "On the Infinite" (1926). U: *From Frege to Gödel*, ur. J. van Heijenoort, Cambridge (MA): Harvard University Press, 367–392.
- Hintikka, J. (1967). "Kant on the Mathematical Method". *Monist* 51, 3: 352–375.
- Kant, I. (1924). *Logik. Kant's handschriftlicher Nachlaß*. U: *Kant's gesammelte Schriften*, ur. Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften, sv. 16. Berlin, Leipzig: de Gruyter.
- Kant, I. (1911). *Kritik der reinen Vernunft*. 2. izdanje 1787. *Kant's gesammelte Schriften*, ur. Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften, sv. 3. Berlin: Reimer. – Hrvatski: I. K., *Kritika čistoga uma*, prev. V. Sonnenfeld, Zagreb: Nakladni zavod Matice hrvatske, 1984.
- Kovač, S. (2013). "Causation and Intensionality in Aristotelian Logic". *Studia Philosophiae Christianae* 49, 2: 117–136.
- Kovač, S. (2020). "On Causality as the Fundamental Concept of Gödel's Philosophy". *Synthese* 197: 1803–1839. Obj. online 2018.
- Kovač, S. (2019). "Proofs, necessity and causality". U: *Aventuras en el Mundo de la Lógica: Ensayos en Honor a María Manzano*, ur. E. Alonso, A. Huertas i A. Moldovan, London: College Publications, 239–263.

- Łukasiewicz, J. (1957). *Aristotle's Syllogistic: From the Standpoint of Modern Formal Logic*. 2. proš. izdanje. Oxford: Oxford University Press.
- Łukasiewicz, J. (1967). "On Determinism" (1961). U: *Polish Logic*, ur. S. McCall, Oxford: Oxford University Press, 19–39.
- Łukasiewicz, J. (1970a). "Creative Elements in Science" (1912). U: Łukasiewicz 1970d, 1–15.
- Łukasiewicz, J. (1970b). "In Defence of Logistic" (1937). U: Łukasiewicz 1970d, 236–249.
- Łukasiewicz, J. (1970c). "Logistic and Philosophy" (1936). U: Łukasiewicz 1970d, 218–235.
- Łukasiewicz, J. (1970d). *Selected Works*. Ur. L. Borkowski. Amsterdam, London, Warszawa: North-Holland.
- Moyal-Sharrock, D. (2015). "Wittgenstein on forms of life, patterns of life, and ways of living". *Nordic Wittgenstein Review* (special issue): 21–42.
- Salamucha, J. (2003). "On the 'Mechanisation' of Thinking" (1937). U: J. Salamucha, *Knowledge and Faith*, ur. K. Świątorzecka i J. J. Jadacki, Amsterdam, New York: Rodopi.
- Spadoni, C. i D. Harley. (1985). "Bertrand Russell's Library". *The Journal of Library History* (1974–1987) 1: 25–45.
- Tarski, A. (1983). "On Some Fundamental Concepts of Metamathematics" (1930). U: A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, prev. J. H. Woodger, 2. izdanje, Indianapolis (IN): Hackett, 30–37.
- Turing, A. (1965). "On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem" (1936/1937). U: *The Undecidable*, ur. M. Davis, New York: Raven, 116–154.
- Vrančić, F. (1993). *Machinae novae*. Zagreb, Šibenik: Novi Liber, Gradska knjižnica "Juraj Šišgorić". Reprint izdanja Venecija, 1615/1616.
- Vrančić, F. (2018). *Nova logika*. Ur. i prev. L. Boršić. Šibenik, Zagreb: Gradska knjižnica "Juraj Šišgorić", Institut za filozofiju. Sadrži: *Logica nova suis ipsius instrumentis formata et recognita*, Venetiis 1616.
- Wang, H. (1996). *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy*. Cambridge (MA), London: The MIT Press.
- Wittgenstein, L. (2019) [BGM]. *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Frankfurt: Suhrkamp.
- Wittgenstein, L. (2009) [PU, PP za drugi dio "Philosophie der Psychologie – Ein Fragment"]. *Philosophische Untersuchungen / Philosophical Investigations*. Izmijenjeno 4. izdanje. Prev. G. E. M. Anscombe, P. M. S. Hacker i J. Schulte. Oxford: Blackwell. – Hrvatski: L. W., *Filozofijska istraživanja*, prev. I. Mikecin, Zagreb: Nakladni zavod Globus, 1998.

- Wittgenstein, L. (1972) [UG]. *Über Gewißheit / On Certainty*. G. E. M. Anscombe i G. H. von Wright ur., prev. D. Paul i G. E. M. Anscombe. New York etc.: Harper and Row. – Hrvatski: L.W., *O izvjesnosti*, prev. A. Periša, Zagreb: Nakladni zavod Globus, 2007.
- Wittgenstein, L. (1976) [TLP]. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Frankfurt: Suhrkamp. – Hrvatski: L. Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, prev. G. Petrović, Zagreb: Moderna vremena, 2003.
- Żarnecka-Biały, E. (1993). "Aristotle's Proofs by Ecthesis". *Bulletin of the Section of Logic* 22, no. 1: 40–44.